

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم: $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{n}{3n+1}$	۱/۷۵
۲	با استدلال استنتاجی ثابت کنید اگر ۳ واحد به سه برابر عددی فرد اضافه کنیم عدد حاصل مضرب ۶ می باشد.	۱
۳	آیا حکم مقابل برقرار است؟ چرا؟ اگر $(a-1)(b-1) = 0$ آنگاه $a=1$ و $b=1$ می باشد.	۰/۷۵
۴	دبیرستانی ۴۰۰ دانش آموز دارد حداقل چند نفر وجود دارند که روز تولدشان در هفته یکسان است؟	۱
۵	می دانیم $\sqrt{7}$ عدد گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ عددی گنگ است.	۱
۶	مجموعه مقابل را بصورت گزاره نما بنویسید. $A = \{0, 2, 8, 15, 24, \dots\}$	۰/۱۵
۷	به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $(A - B') \cup B = B$	۱
۸	رابطه R در مجموعه R^2 به صورت مقابل تعریف می شود: $xRy \Leftrightarrow \sqrt[3]{x} + y = \sqrt{y} + x$ ثابت کنید R یک رابطه ی هم ارزی است.	۱/۵
۹	اگر $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x^2 < 10\}$ و $B = \{2x+1 \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 1\}$ دو مجموعه باشند الف) مجموعه های A و B را بصورت اعضاء بنویسید. ب) مجموعه $B \times A$ را مشخص کنید.	۱/۵
۱۰	x و y را چنان بیابید تا دو زوج مرتب $(8, x^2 - y^2)$ و $(16, x + y)$ مساوی باشند.	۱
۱۱	هر یک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۱۸ را روی یک کارت نوشته و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور قرعه کاردتی را بر می داریم. مطلوبست تعیین: الف) فضای نمونه ای ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد. ج) پیشامد B که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد. د) پیشامد $A - B$	۲
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۵ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	از یک سبد محتوی ۳ سیب فاسد و ۵ سیب سالم به تصادف ۲ سیب بیرون می آوریم، احتمال آن را بیابید که: الف) هر دو سالم باشند. ب) هر دو از یک نوع نباشند.	۱/۵
۱۳	سه دونه a, b, c مسابقه می دهند. اگر شانس برنده شدن a سه برابر شانس برنده شدن b و شانس برنده شدن b نصف شانس برنده شدن c باشد، احتمال این که a برنده نشود چقدر است؟	۱/۷۵
۱۴	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید: $p(A' \cap B') - p(A \cap B) = 1 - p(A) - p(B)$	۱/۵
۱۵	سکه ای به شعاع یک سانتی متر را داخل مربعی به ضلع ۵ سانتی متر می اندازیم. احتمال آن را بیابید که سکه کاملاً داخل مربع قرار گیرد.	۱/۲۵
۱۶	تاسی را ۵ بار پرتاب می کنیم احتمال آن که سه بار عدد زوج بیاید چقدر است؟	۱
	« موفق باشید »	۲۰
	جمع نمره	

باسمه تعالی

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

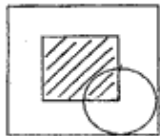
۱	$P(1) : \frac{1}{1 \times 4} = \frac{1}{3(1)+1} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \quad (./25)$ $P(k) : \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(rk-2)(rk+1)} = \frac{k}{rK+1} \quad (./25)$ $P(k+1) : \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(rk+1)(rk+4)} = \frac{k+1}{rK+4} \quad (./25)$ <p>به طرفین فرض جمله ی $(K+1)$ ام را اضافه می کنیم $(./25)$</p> $\frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \dots + \frac{1}{(rk+1)(rk+4)} = \frac{k}{rK+1} + \frac{1}{(rk+1)(rk+4)} =$ $\frac{rk^2 + rk + 1}{(rk+1)(rk+4)} = \frac{(rk+1)(k+1)}{(rk+1)(rk+4)} = \frac{k+1}{rk+4} \quad (./5)$	۱/۷۵
۲	$x = rk + 1 \quad (./25)$ $rx + r = r(rk+1) + r = rk^2 + r = r(k+1) = r1 \quad (./25)$	۱
۳	<p>راه حل اول: با مثال نقض حل می کنیم:</p> $\text{اگر } a = 1, b = 0 \rightarrow (a-1)(b-1) = (1-1)(0-1) = 0 \quad (./5)$ <p>راه حل دوم: $(a-1)(b-1) = 0 \rightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b-1=0 \end{cases} \quad (./25) \rightarrow a=1 \text{ یا } b=1 \quad (./5)$</p>	۰/۷۵
۴	<p>طبق اصل لانه کبوتری ۴۰۰ نفر را تعداد کبوترها و ۷ روز هفته را تعداد لانه ها در نظر می گیریم $(./25)$</p> $400 \cdot \frac{1}{7} \rightarrow 57 + 1 = 58 \quad \text{نفر} \quad (./5)$ <p>$m = 400$ کبوتر $n = 7$ لانه</p>	۱
۵	$اگر \sqrt{2} + \sqrt{7} \notin Q \quad (./25) \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{7} \in Q \rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{a}{b} \quad (a, b) = 1 \quad (./25)$ $\sqrt{2} + \sqrt{7} = \frac{a}{b} \rightarrow \sqrt{7} = \frac{a}{b} - \sqrt{2} \quad \text{تناقض} \quad (./25)$ <p>گویا = گنگ</p>	۱
۶	$A = \{x^2 - 1 \mid x \in N\} \quad (./5)$	۰/۵
۷	$(A - B) \cup B = (A \cap B) \cup B = B \quad (./25)$ <p>$A \cap B \subset B$ می دانیم $(./25)$</p>	۱
« ادامه در صفحه ی دوم »		

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	$xRx \rightarrow \sqrt{x} + x = \sqrt{x} + x \quad (./۲۵)$ $xRy \rightarrow \sqrt{x} + y = \sqrt{y} + x \rightarrow \sqrt{y} + x = \sqrt{x} + y \rightarrow yRx \quad (./۵)$ $\left\{ \begin{array}{l} xRy \\ , \\ yRz \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{x} + y = \sqrt{y} + x \\ \sqrt{y} + z = \sqrt{z} + y \end{array} \right. \right\}$ $\sqrt{x} + y + \sqrt{y} + z = \sqrt{y} + x + \sqrt{z} + y \rightarrow \sqrt{x} + z = \sqrt{z} + x \rightarrow xRz \quad (./۵)$ <p>چون سه شرط بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد پس هم ارزی است. (./۲۵)</p>	۱/۵
۹	<p>الف) $A = \{۱, ۲\} \quad (./۲۵) \quad B = \{-۱, ۱, ۳\} \quad (./۵)$</p> <p>ب) $B \times A = \{(-۱, ۱), (-۱, ۲), (۱, ۱), (۱, ۲), (۳, ۱), (۳, ۲)\} \quad (./۷۵)$</p>	۱/۵
۱۰	$(x^2 - y^2, ۸) = (۱۶, x + y) \rightarrow \begin{cases} x^2 - y^2 = ۱۶ \\ x + y = ۸ \end{cases} \quad \begin{cases} (x - y)(x + y) = ۱۶ \\ x + y = ۸ \end{cases}$ $\begin{cases} x - y = ۲ \\ x + y = ۸ \end{cases} \quad \begin{matrix} (./۲۵) & (./۲۵) \\ \rightarrow x = ۵ & , & y = ۳ \end{matrix}$	۱
۱۱	<p>الف) $S = \{۱, ۳, ۵, ۷, ۹, ۱۱, ۱۳, ۱۵, ۱۷\} \quad (./۵)$</p> <p>ب) $A = \{۳, ۹, ۱۵\} \quad (./۵)$</p> <p>ج) $B = \{۱, ۹\} \quad (./۵)$</p> <p>د) $A - B = \{۳, ۱۵\} \quad (./۵)$</p>	۲
۱۲	<p>الف) $P(A) = \frac{\binom{۵}{۲}}{\binom{۸}{۲}} = \frac{۱۰}{۲۸} = \frac{۵}{۱۴} \quad (./۷۵)$</p> <p>ب) $P(B) = \frac{\binom{۵}{۱} \binom{۳}{۱}}{\binom{۸}{۲}} = \frac{۵ \times ۳}{۲۸} = \frac{۱۵}{۲۸} \quad (./۷۵)$</p>	۱/۵
« ادامه در صفحه ی سوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع:	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۸۶ / ۱۰ / ۱۵	سال سوم آموزش متوسطه	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در دی ماه سال ۱۳۸۶	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۲۵	$p(a) = 2p(b) \quad (./۲۵)$ $p(b) = \frac{1}{4}p(c) \rightarrow 2p(b) = p(c) \quad (./۲۵)$ $p(a) + p(b) + p(c) = 1 \quad (./۲۵)$ $2p(b) + p(b) + 2p(b) = 1 \quad (./۲۵) \rightarrow p(b) = \frac{1}{6} \quad (./۲۵)$ $p(a) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \quad (./۲۵) \quad p(a) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} \quad (./۲۵)$	۱۳
۱/۵	$p(A' \cap B') - p(A \cap B) = p(A \cup B)' - p(A \cap B) \quad (./۵)$ $= 1 - p(A \cup B) - p(A \cap B) \quad (./۵)$ $= 1 - p(A) - p(B) + p(A \cap B) - p(A \cap B) \quad (./۲۵)$ $= 1 - p(A) - p(B) \quad (./۲۵)$	۱۴
۱/۲۵	$a_s = a^r = 5^r = 25 \quad (./۲۵)$ $a_A = a^r = r^r = 9 \quad (./۲۵)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_s} = \frac{9}{25} \quad (./۵)$	۱۵
	 <p>(./۲۵)</p>	
۱	$P(A) = \frac{r}{6} = \frac{1}{3} \quad (./۲۵)$ $P(B) = \frac{\binom{5}{r}}{2^5} = \frac{10}{32} = \frac{5}{16} \quad (./۲۵)$	۱۶
۲۰	جمع نمره	

مصححین محترم به راه حل های درست دیگر بارم را منظور فرمایید